

Nadseminarsko izlaganje kao prijedlog sinopsisa na poslijediplomskome doktorskom studiju Hrvatskih studija Sveučilišta u Zagrebu.

Russellova teorija tipova kao intenzionalna logika

Goran Lojkić

21. travnja 2016.

U *Set Theory and Its Logic* W. V. Quine [11] iznosi tri prigovora Russellovoj razgranatoj teoriji tipova (RTT) kako je izložena u prvome izdanju *Principia Mathematica* [19]. Ova tri prigovora, redom kojim se pojavljuju u poglavlju “Russell’s Theory of Types”, mogu se sažeti na sljedeći način:

- (1) RTT je rezultat Russellova konstruktivističkoga ili nominalističkoga stava prema objektima logike i matematike;
- (2) RTT je rezultat Russellova nerazlikovanja propozicijskih funkcija kao atributa i relacija-u-intenziji od propozicijskih funkcija kao predikata i otvorenih rečenica;
- (2) RTT je rezultat Russellova pokušaja pronalaska jedinstvenoga rješenja za paradokse koji pripadaju fundamentalno različitim kategorijama od kojih je samo jedna relevantna za matematiku.

U ovome radu kratko ću se osvrnuti na ove prigovore i pokušati pokazati da su, u kontekstu Russellova razumijevanja RTT kao intenzionalne logike, u najvećoj mjeri neopravdani.

(1) U svome utjecajnome članku “Russell’s Mathematical Logic” Kurt Gödel [2] važne značajke Russellove matematičke logike iz prvoga izdanja *Principia Mathematica* – značajke poput načela poročnoga kruga (NPK), kršenje kojega Russell dijagnosticira kao izvor paradoksa, zabrane impredikativnih definicija i teorije redova propozicijskih funkcija koje slijede iz NPK-a te aksioma svedljivosti, potrebnog za izvođenje klasične matematike unutar *Principia* nakon ramifikacije – pripisuje Russellovu općenitom konstruktivističkom ili nominalističkom stavu prema objektima logike i matematike

(klasama, propozicijskim funkcijama ili pojmovima, propozicijama).¹ Prema Gödelu, iako Russell, posebno u svojim ranijim radovima, često zauzima jasan realističan stav prema objektima logike i matematike, “ovaj je stav postupno slabio tijekom vremena, a također je uvijek bio jači u teoriji nego u praksi” [2, str. 121]. Kad Russell krene rješavati konkretan problem, “objekti koje analiza (npr. klase ili propozicije) uskoro se najčešće pretvore u ‘logičke fikcije’” [2, str. 121], dobar rani primjer čega je Russellova eliminacija određenih opisa. Paradoksi otkriveni na prijelazu stoljeća u Russella su “proizveli izraženu tendenciju izgraditi logiku koliko je moguće bez pretpostavljanja objektivne opstojnosti takvih entiteta poput klasa i koncepata” [2, str. 131], što je vodilo do formulacije njegove *no-class* teorije prema kojoj se klase i koncepti (i kasnije propozicije) uvode tek kao prikladni *façon de parler*. No, kaže Gödel, iako je Russellov rad na rješavanju paradoksa uvelike temeljen na radikalnoj ideji *no-class* teorije, u *Principia* i drugdje izlaže “određena načela, otkrivena tijekom razvoja te teorije, kao opća logička načela bez spominjanja njihove ovisnosti o *no-class* teoriji” [2, str. 125]. Gödel tu posebno misli na NPK. U prvoj zreloj formulaciji teorije tipova u “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types” [16] i zatim u *Principia* Russell nudi nekoliko različitih formulacija NPK-a. Russell tako ponegdje piše da nijedna sveukupnost (*totality*) ne može sadržavati članove *definirljive samo* u terminima te sveukupnosti, ponegdje da članovi ne smiju *uključivati* (*involve*), a ponegdje da ne smiju *pretpostavljati* (*presuppose*) tu sveukupnost, smatrajući ove formulacije ekvivalentnima (npr. [16, str. 30], [19, str. 40–41]). Međutim, Gödel u njima vidi formulacije tri različita načela:

(NPK1) Nijedan entitet ne može biti definiran samo u terminima sveukupnosti kojoj pripada.

(NPK2) Nijedan entitet ne može uključivati sveukupnost kojoj pripada.

(NPK3) Nijedan entitet ne može pretpostavljati sveukupnost kojoj pripada.

NPK je plauzibilniji u drugoj i trećoj formulaciji, smatra Gödel, no prva je formulacija od posebne važnosti jer samo ona zabranjuje impredikativne definicije i time onemogućuje izvođenje matematike iz logike. No čini se, dodaje, da NPK u prvome obliku vrijedi samo ako su entiteti u pitanju konstruirani, tj. ako su definicije tek opis konstrukcije tih entiteta:

¹U bilješci dodanoj 1964. i proširenoj 1972. Gödel pojašnjava da ‘konstruktivistički’ u tekstu rabi za strogo nominalističku vrstu konstruktivizma, poput one utjelovljene u Russellovoj *no-class* teoriji, te da bi Russellov konstruktivizam možda bolje bilo nazvati ‘fikcionalizam’. [2, str. 119]

[A]ko je riječ o objektima koji opstojе neovisno o našim konstrukcijama, nema ničega niti malo apsurdnoga u opstojnosti sveukupnosti koje sadrže članove koji se mogu opisati (tj. jedinstveno okarakterizirati) samo referiranjem na tu sveukupnost. [...] Stoga se čini da načelo poročnoga kruga u svome prvome obliku vrijedi samo ako se zauzme konstruktivističko (ili nominalističko) stajalište prema objektima logike i matematike, prije svega propozicijama, klasama i pojmovima [...]. [2, str. 127-128]

Quine u *Set Theory and Its Logic* preuzima ovu kritiku, iako, za razliku od Gödela, Russellu ne pripisuje izričito nekakav opći nominalistički stav. No tvrdi da, ne smatramo li klase doslovno stvorenima kroz njihovu specifikaciju, u impredikativnim specifikacijama nema ničega očito pogrešnoga i ne bismo na njih gledali sumnjičavo kad ne bismo bili pritisnuti paradoksima. Ako su klase tu “od početka”, tj. ako opstojе neovisno o našim konstrukcijama, nema problema izdvojimo li klasu navođenjem bilo koje njene značajke, čak i ako pritom kvantificiramo i preko nje same [11, str. 242–243]. NPK stoga ne izlaže nikakvu skrivenu logičku pogrešku, kako su mislili Poincaré i Russell, već se tu radi samo o jednome od mogućih prijedloga za ograničenje zakona komprehenzije “kako bi se suzio univerzum klasa do točke konzistentnosti” [11, str. 243]. Time Quine, jednako kao i Gödel, NPK, zabranu impredikativnoga specifikiranja i teoriju redova koja slijedi iz primjene NPK-a dovodi u vezu s konstruktivističkom ili nominalističkom ontologijom. Kaže tako da Russellov (i Poincaréov) prijedlog ograničenja zakona komprehenzije, za razliku od nekih alternativnih prijedloga, ima prednost u tome što djeluje manje proizvoljnim utoliko što ostvaruje “konstrukcijsku metaforu”, tj. ograničava klase na one koje bi mogle biti proizvedene u beskonačnome vremenu, krećući od određenih nespecificiranih početnih klasa i rabeći samo one uvjete članstva u klasi koji spominju samo prethodno postojeće ili proizvedene klase [11, str. 243]. Dio Russellove teorije tipova bez aksioma svedljivosti stoga naziva “konstruktivnim dijelom” (*the constructive part*) [11, str. 241].

(2) Iako Russellu ne pripisuje opću nominalističku ontologijsku poziciju tako izričito kako to čini Gödel, Quine njegovo izlaganje teorije tipova, s ramifikacijom propozicijskih funkcija i aksiomom svedljivosti, objašnjava puno banalnijim razlogom – Russellovim nerazlikovanjem propozicijskih funkcija (tj. atributa i relacija) od njihova simboličkoga izraza.² Aksiom svedljivosti,

²U poglavlju “Russell’s Theory of Types” Quine čak pet puta spominje Russellov propust razlikovanja propozicijskih funkcija kao atributa i relacija-u-intenziji od propozicijskih funkcija kao predikata i otvorenih rečenica!

primjećuje Quine, u sustavu *Principia* priskrbljuje atribute koji se ne mogu specificirati drugačije nego kvantifikacijom nad atributima koji su istoga ili višega reda nego on sam [11, str. 251]. Time Russell, kaže, napušta konstruktivizam, no bio je to “perverznan način” za učiniti jer iz aksioma svedljivosti slijedi suvišnost same ramifikacije koja aksiom (ili nešto poput njega) čini nužnim za izvod klasične matematike [11, str. 253]. Argument je ukratko sljedeći.³ Kako nam aksiom svedljivosti kaže da za svaku propozicijsku funkciju postoji koekstenzivna (tj. formalno ekvivalentna) predikativna propozicijska funkcija, možemo jednostavno sustavnom reinterpetacijom Russellove notacije uzeti da svaki apstraktivni izraz reda $n+k$ (gdje je n najviši red argumenata funkcije) izravno imenuje koekstenzivnu propozicijsku funkciju reda $n+1$ (tj. predikativnu funkciju). Time ostajemo samo s predikativnim funkcijama, odnosno s jednostavnom teorijom tipova izraženom u nepotrebno složenoj notaciji *Principia*. No tad je jednostavnije od samoga početka odbaciti svako razlikovanje propozicijskih funkcija prema redovima i time samu potrebu za dodatnim aksiomom [11, str. 253–254]. Zbog nedovoljno jasnog razlikovanja atributa i relacija-u-intenziji od njihovih simboličkih izraza, Russell je propustio vidjeti da izraze višega reda (pri čemu se red tu shvaća s obzirom na određena notacijska obilježja, npr. brojčane pokazatelje na vezanim varijablama) može jednostavno uzeti kao imena atributa i relacija nižega reda, čime bi se Russellova teorija tipova u svela na jednostavnu teoriju tipova. Jednostavna teorija tipova je ionako radna teorija *Principia*. Nakon kontekstualne definicije klasa i relacija-u-ekstenziji, cijela ramificirana podstruktura, zajedno s propozicijskim funkcijama, nestaje iz vida [11, str. 256].

(3) Quine spominje da je Russell imao i dodatne razloge za zadržavanje ramifikacije, naime da je vjerovao da razlikovanje redova funkcija istoga tipa pomaže u izbjegavanju tzv. semantičkih paradoksa [11, str. 254]. Jednostavna teorija tipova dovoljna je za izbjegavanje skupovno-teorijskih paradoksa, no ne i semantičkih. Međutim, Quine je sumnjičav prema navodnoj koristi hijerarhije redova za semantičke paradokse, a ktomu smatra da semantički paradoksi, koliko god po sebi bili važni, nisu nešto čime bi se trebala baviti logika ili matematika. Razlog je što su za semantičke paradokse odgovorni pojmovi strani teoriji klasa i propozicijskih funkcija – pojmovi denotacije, istinitosti, specifibilnosti i sl. [11, str. 255] Nekoliko godina ranije u “The Ways of Paradox” Quine daje nešto više tehničko objašnjenje zašto Russellov paradoks ne pripada istoj obitelji kojoj pripadaju npr. Grellingov ili Epimenidov para-

³Ovaj poznati argument nalazi već u Quineovoj disertaciji, a malo detaljniji prikaz može se naći u [7].

doks: “Ključne riječi u Russellovoj antinomiji su ‘klasa’ i ‘član’, a nijedna od njih ne može se definirati u terminima ‘istina’, ‘istinито o’ i slično.” [10, str. 13]

Jesu li ovi prigovori opravdani? Za početak, jasno je da u njima “ima nešto” i da nisu potpuno promašeni. S druge strane, mislim da se može pokazati da su ovi prigovori, uzevši u obzir neke važne karakteristike Russellova razumijevanja logike i ambicioznost Russellova projekta, na kraju dana ipak neopravdani.

Ad (1). Russellova strategija u rješavanju problema vrlo često doista jest pokušati pokazati da su problematični entiteti tek logičke fikcije, na način da ponudi sustavan način prevođenja rečenica koje naizgled referiraju na te entitete u rečenice koje nas ontologijski ne obvezuju na njihovu opstojnost. Russellova teorija određenih opisa u “On Denoting” [15] tako eliminira određene opise; teorija klasa u *Principia* je tzv. *no-class theory* koja eliminira klase interpretirajući govor o klasama kao tek zaobilazni govor o predikativnim propozicijskim funkcijama, uz zanemarivanje razlike među formalno ekvivalentnim funkcijama; propozicije u *Principia* izgleda također ne postoje – fraze koje izražavaju propozicije su, poput određenih opisa, “nepotpuni simboli” (*incomplete symbols*) koji sami nemaju “cjelovito značenje” (*complete meaning*), već zahtijevaju dodatak “čina suđenja” (*act of judgement*) [19, str. 46]; kasnije pak, u “On Propositions: What They Are and How They Mean” [17], propozicije doduše iznova postoje kao određena vrsta činjenica, no sada čin ili subjekt nestaje kao poseban entitet i postaje nešto tek konstruirano, baš poput npr. točaka, brojeva i ostatka matematičkog *apparatusa* [17, str. 25].⁴

Međutim, iako se, kako vidimo iz primjerā, dosta toga u Russellovu djelu može navesti u prilog tvrdnji da je u *Principia* vođen općim antirealističkim stavom prema objektima matematike, to je, što primjećuje i Gödel, u neskladu s njegovim uobičajenim realističkim diskursom kada govori o matematičarima. Stoga bi se Russellova eliminacija određenih entiteta u *Principia* i drugdje možda prije mogla objasniti parsimoničnošću nego fundamentalnim nominalističkim ontologijskim stajalištem. Uostalom, sam logicistički projekt svodenja matematike na logiku, tj. na osnovne logičke objekte i aksiome, smjerao je eliminirati matematičke objekte (npr. brojeve) kao posebne vrste entiteta, no to logicizam ne čini antirealističkim pristupom u filozo-

⁴Na žalost, Russell na tom mjestu, koje se očito može tumačiti kao potvrda Gödelovih i Quineovih optužbi za konstruktivizam, ne objašnjava detaljnije analogiju niti precizira u kome smislu i u kojoj mjeri matematiku vidi kao rezultat konstrukcije.

fiji matematike. Možda je naš govor o brojevima tek skraćeni ili posredni način za govor o skupovima ili propozicijskim funkcijama, no što god nakon redukcije ostalo u našem osnovnom ontološkom repertoaru, postoji u punokrvnome smislu, neovisno o našim konstrukcijama. Što se može objasniti parsimoničnošću, mogao bi glasiti ovaj hermeneutički savjet, ne treba objašnjavati konstruktivizmom.

U svakom slučaju, čini se da Russell nije konstruktivist barem u jednome smislu u kojemu to razumije Gödel. Naime, prema Gödelu, formalna razlika između konstruktivističke i realističke koncepcije pojma (tj. propozicijske funkcije) leži u tome se za bilo koje dvije različite definicije može smatrati da definiraju dva različita pojma u konstruktivističkome smislu, dok za realistički shvaćene pojmove (ili koncepte, kako ih u tom slučaju naziva) to ne vrijedi, jer se jedna te ista stvar može opisati na različite načine [2, str. 128–129]. Međutim, pogledajmo sad prvu Russellovu formulaciju NPK-a, koju Gödel smatra izrazom Russellova konstruktivizma. Russell, vidjeli smo, kaže da nijedna sveukupnost ne može sadržavati članove koji se mogu definirati *samo* u terminima te sveukupnosti. No, čini se da takva formulacija sugerira da se ista stvar, pa tako i propozicijska funkcija, općenito *može* definirati ili specificirati na različite načine. Problem je samo u onima koji se ne mogu definirati drugačije nego u terminima sveukupnosti koje bi bili članovi. U protivnome, Russell bi jednostavno mogao kazati da ništa što se definira u terminima neke sveukupnosti nije član te sveukupnosti. Možda previše pokušavam zaključiti iz svega jedne riječi, no Russell je dosljedan u takvoj formulaciji. Ako sam u pravu i prva formulacija NPK-a dopušta različite definicije jedne te iste propozicijske funkcije, a prema konstruktivističkome shvaćanju pojmova svaka definicija definira različitu propozicijsku funkciju, tad sporna formulacija *nije* konstruktivistička u Gödelovu smislu.

Bolji razlog za odbacivanje konstruktivističke interpretacije ramifikacije jest to što postoji uvjerljivo alternativno objašnjenje. Kako tvrdi W. Goldfarb u “Russell’s Reasons for Ramification” [3], iako bi nekakva široko konstruktivistička pozicija doista obvezivala na nešto poput Russellove RTT, ne vrijedi i obrnuto: ramifikacija ne obvezuje na konstruktivizam [3, str. 25]. Zapravo, tvrdi Goldfarb, Russellovo opravdanje za ramifikaciju, i time “privid konstruktivnosti” [3, str. 26], počiva na posebnoj naravi entiteta koji su središnji za njegovu koncepciju logike – propozicija i propozicijskih funkcija. Malo niže ću reći nešto više o tome.

Ad (2). Nema sumnje da Russell u *Principia* i drugdje ponekad ne razlikuje dovoljno pažljivo između propozicijskih funkcija kao objekata i propozicijskih funkcija kao fraza i simboličkih izraza, i ukazati na to postalo je nešto

poput standardne napomene u literaturi, iako se rijetko toj nepažnji pripisuju toliko dalekosežne posljedice kako to čini Quine.⁵ Istini za volju, izgleda da je problem zamjene objekta za izraz koji stoji za objekt ostao Russellova boljka tijekom cijeloga njegova života. Na početku već spomenutoga članka “On Propositions: What They Are and How They Mean”, pisanome gotovo puno desetljeće nakon *Principia*, u kojemu nudi analizu propozicija kao određene vrste činjenica, Russell kaže da govoreći o činjenicama “ne aludira na fraze kojima ih tvrdimo”, već na “obilježja u ustrojstvu svijeta” (*features in the constitution of the world*) koja naše tvrdnje čine istinitima ili neistinitima [17, str. 1-2]. No već nekoliko rečenica niže izgleda da ne razlikuje jasno činjenice od rečenica. Tako govori npr. o višestrukim pozicijama sastavnica (*constituents*) u činjenici (npr. činjenica “ $2 + 2 = 2^2$ ” sadrži *dva* u četiri pozicije) ili pak o činjenicama koje rezultiraju supstitucijom iz drugih činjenica (npr. činjenica “Napoleon mrzi Wellingtona” rezultira iz činjenice “Sokrat voli Platona”) [17, str. 2]. Dok očito nije problem govorimo li o rečenici koja supstitucijom proizlazi iz druge rečenice, mislim da nije potpuno jasno što bi moglo značiti da je činjenica da Napoleon mrzi Wellingtona rezultat činjenice da Platon voli Sokrata. Još kasnije, u *My Philosophical Development* [18], objavljenoj gotovo pola stoljeća nakon prvoga izdanja *Principia*, piše da je propozicijska funkcija “izraz koji sadrži varijablu i koji postaje propozicijom čim se varijabli dodijeli vrijednost” [18, str. 68] i da, štoviše, “propozicijska funkcija nije ništa doli izraz” koji “može tvoriti dio rečenice” [18, str. 69], ali odmah potom, na istoj stranici, kaže da je, iako je dugo mislio da je nužno razlikovati klase i propozicijske funkcije, zaključio kako je ta razlika “nepotrebna osim kao tehničko sredstvo” [18, str. 69]. Iz ovoga bi, shvati li se doslovno, slijedila apsurdna pozicija po kojoj su klase također samo izrazi, čime bi klasa bilo, u najboljem slučaju, samo prebrojivo mnogo.

Unatoč ovim Russellovim problemima u razlikovanju logičkih i matematičkih objekata od njihovih simboličkih izraza, čini mi se da je Quineova tvrdnja da je to nerazlikovanje glavni razlog što Russell ne vidi da aksiom svedljivosti razgranatu hijerarhiju redova čini suvišnom ipak pretjerana. Podsjetimo se, Quine tvrdi da je za pojednostavljivanje teorije tipova u *Principia* dovoljno reinterpretirati apstraktivne izraze tako da oni izravno imenuju odgovarajuće predikativne funkcije. Međutim, to rješenje zanemaruje činjenicu da za Russella odnos između rečenica i propozicija, a tako i apstraktivnih izraza i propozicijskih funkcija kao atributa i relacija-u-intenziji, barem u

⁵Na primjer, Church [1, str. 748] u 4. fusnoti piše da sporni odlomci u “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types” i *Principia Mathematica* sadrže miješanje uporabe i spominjanja ili neku sličnu pogrešku koja bi mogla biti jednostavno nepažnja.

vrijeme pisanja *Principia*, nije strogo analogan odnosu između imena i imenovane stvari. To primjećuje i Gödel pa piše da Russell, iako smatra da rečenicama u vanjskome svijetu korespondiraju činjenice, “izbjegava termin ‘označava’ [*signify*] ili ‘denotira’ i umjesto toga rabi ‘pokazuje’ [*indicate*] (u ranijim radovima rabi ‘izražava’ ili ‘biti simbol za’), jer drži da je odnos između rečenice i činjenice prilično različit od onoga između imena i imenovane stvari.” [2, str. 122]

Razlog za zadržavanje ramifikacije tako će ipak trebati potražiti ne u banalnome propustu razlikovanja funkcija i izražā već u Russellovu razumijevanju logike i, posebno, odnosa rečenica i apstraktivnih izraza s jedne te propozicija i propozicijskih funkcija s druge strane.

Ad (3). Tvrdnja da rješavanje semantičkih paradoksa nije posao logike i matematike čak prethodi Russellovoj formulaciji teorije tipova. Tvrdnju je već 1906. iznio Peano [5], no podjela paradoksā u dvije fundamentalno različite kategorije i stav da su paradoksi druge grupe irelevantni za logiku i matematiku te da bi stoga možda trebali imati različito rješenje nakon Ramseyjeve kritike Russella u “The Foundations of Mathematics” [14] postaje dominantnim pogledom, iako s utjecajnim disidentima.⁶ Daljnji razvoj matematike nakon *Principia* naizgled je opravdao taj stav: u standardnim formulacijama aksiomatske teorije skupova, koja se s vremenom razvila kao utemeljiteljska matematička disciplina, semantički ili epistemološki paradoksi ne mogu se formulirati.

Ipak, Ramseyeva i Quineova pozicija nije bez prigovora. Razvoj metamatematike pokazao je da se semantički pojmovi poput zadovoljivosti ili istinitosti mogu precizno definirati i postati predmetom matematike, čime se, kako kaže G. Priest, Ramseyevo razlikovanje dviju skupina paradoksā svodi na “relativno površnu činjenicu o tome kakav je rječnik rabljen u paradoksima” [6, str. 26].

Također, izgleda da se razlog kojega Quine daje u “The Ways of Paradox” ne može izravno primijeniti za sustav *Principia*. Quine, naime, kaže da se ključne riječi u Russellovu paradoksu (‘klasa’ i ‘član’) ne mogu definirati pomoću tzv. istinitosnih izričaja (*truth locutions*), tj. u terminima ‘istinito’, ‘istinito o’ i sl., za razliku od ključnih riječi u Grellingovu ili Berryjevu paradoksu (npr. ‘specifibilno’). Stoga Russellov i Grellingov paradoks ne spadaju u istu obitelj paradoksa. Međutim, kako je Russell u *Principia* svojom *no-class* teorijom sveo klase na predikativne propozicijske funkcije (tj. notacija

⁶Na primjer, Priest [6] se slaže s Russellom da paradoksi koje navodi u *Principia* imaju istu strukturu i stoga trebaju imati isto rješenje.

za članstvo u skupu jednostavno je alternativna notacija za atribuciju predikativne funkcije), čini se da članstvo u klasi jest definirano u terminima istinitosti: x je član klase S akko je vrijednost odgovarajuće funkcije za x , tj. propozicija, istinita.

Najvažnije, unutar Russellove koncepcije logike uopće ne postoji osnova za oštro razlikovanje između skupovno-teorijskih i semantičkih paradoksa pa tako niti za teorijsko ignoriranje potonjih. Štoviše, vidjet ćemo, moglo bi se tvrditi da je unutar Russellova razumijevanja logike problem semantičkih paradoksa čak ozbiljniji od paradoksa koji uključuju klase.

Dakle, koje to karakteristike Russellova razumijevanja logike imam na umu, a koje u svojim prigovorima razgranatoj teoriji tipova Quine ne uzima u obzir? Navest ću ovdje četiri takve značajke, usko međusobno povezane.

1. Logika je univerzalna.

Russellova je izričita namjera u *Principia* ponuditi logicističko utemeljenje matematike, ali utemeljenje matematike za njega nije *jedina* uloga logike. Kako o Russellovu shvaćanju logike piše Goldfarb:

Russell smatra logiku potpuno univerzalnom. Ona utjelovljuje sveobuhvatna načela ispravnoga rasuđivanja. Logika je ustrojena najopćenitijim zakonima o logičkome namještaju svijeta: zakonima kojima je podložno svo rasuđivanje. Logički sustav pruža univerzalan jezik; on je okvir unutar kojega se odvija sav racionalni diskurs. [3, str. 27]

Russellov cilj stoga nije pronaći najelegantniji formalni okvir unutar koga bi bilo moguće izgraditi klasičnu matematiku, već pokazati kako se klasična matematika može izvesti unutar širega okvira koji ocrtava granice racionalnosti. Jednostavna teorija tipova možda jest radna teorija *Principia* i sasvim dovoljna za naše matematičke potrebe, no to samo po sebi ne čini RTT iz uvodnoga dijela *Principia*, sa svojom hijerarhijom redova propozicijskih funkcija i aksiomom svedljivosti, nepotrebnom niti tek, kako je naziva Quine, “loše osmišljenim temeljima” [11, str. 256]. Za zabiti čavao dovoljan mi je čekić, no to ne može biti prigovor što se među alatima nalaze i kliješta.

2. Logika je intenzionalna.

Matematika je ekstenzionalna. Skup racionalnih životinja i skup bespernatih dvonožaca po pretpostavci je isti skup, iako pojam racionalne životinje

i pojam bespernatoga dvonošca nisu isti pojmovi. U matematici stoga možemo ignorirati intenzije, no u logici općenito ne. Predikativne funkcije, i time jednostavna teorija tipova, dovoljne su za izgradnju matematike, tj. onoga dijela logike koji se bavi klasama i relacijama-u-ekstenziji kao opsezima propozicijskih funkcija. U *20.02 *Principia* Russell i Whitehead tako uvode oznaku za članstvo u klasi kao alternativnu notaciju za atribuciju predikativne funkcije, a u *20.01 klase se kontekstualno definiraju na taj način da klase nisu drugo do predikativne funkcije, uz zanemarivanje razlike među koekstenzivnim funkcijama. Međutim, ako nam logika također treba nešto kazati o intenzionalnim fenomenima, ona ne bi smjela sve formalno ekvivalentne propozicijske funkcije tretirati u svim kontekstima kao istovjetne. To vrijedi već i za funkcije istoga reda, a još više za funkcije različitih redova.⁷ Ramifikacija je tako prije posljedica Russellova *realističkoga* pogleda na propozicijske funkcije (vidi npr. [3, str. 37] i [4, str. 134]) – no propozicijske funkcije kao bitno intenzionalne entitete – nego li njegova nominalističkoga pogleda na klase. Drugim riječima, Russellova RTT je intenzionalna logika koja doduše sadrži kao svoj dio ekstenzionalnu teoriju klasa, no koja se ne iscrpljuje u njoj.

Intenzionalni karakter Russellove logike objašnjava također zašto Russell ne može, poput Ramseyja i Quinea, smatrati da logika treba semantičke paradokse ostaviti po strani. Skupovno-teorijski paradoksi paradoksi su klasa i relacija-u-ekstenziji i logika, želi li se ostvariti logicistički projekt utemeljenja matematike, mora ponuditi rješenja tih paradoksa. No u Russellovoj intenzionalnoj logici propozicije i propozicijske funkcije kao atributi i relacije-u-intenziji imaju središnje mjesto, a semantički su paradoksi upravo paradoksi propozicija i propozicijskih funkcija. Utoliko semantički paradoksi, dirajući u narav osnovnih logičkih entiteta, unutar Russellove koncepcije logike predstavljaju ozbiljniju prijetnju (vidi [3, str. 28]). Semantički paradoksi, kako ih danas nazivamo, za Russella jesu *logički* paradoksi.

3. Logika je interpretirana.

Quineov je središnji argument da aksiom svedljivosti samu ramifikaciju koja dovodi do potrebe za aksiomom čini suvišnom i svodi logički sustav *Principia* na jednostavnu teoriju tipova izraženu nezgrapnom notacijom. Sporna je pretpostavka toga argumenta da je odnos između rečenica i pro-

⁷U uvodu u drugo izdanje Russell [20, str. xxxix] piše da sada sve funkcije funkcija smatra ekstenzionalnima. Quine [7, str. 498] tumači promjenu kao prihvaćanje “djelomičnog načela ekstenzionalnosti”, prema kojemu su formalno ekvivalentne propozicijske funkcije istoga reda istovjetne.

pozicija te apstraktivnih izraza i propozicijskih funkcija analogan odnosu između imena i imenovana predmeta. Međutim, u Russellovoj logici nema stroge razlike između sintakse i semantike na kakvu je današnji čitatelj navikao. Logički sustav nije neinterpretirani sustav znakova kojima naknadno i prema potrebi možemo pripisati različito formalno značenje pa tako niti rečenicama i apstraktivnim izrazima ne možemo po volji pridružiti ovu ili onu propoziciju ili propozicijsku funkciju. Propozicije ne pridružujemo rečenicama, propozicije su *dane* rečenicama. Rečenice ne imenuju, već *izražavaju* propozicije. Jednako vrijedi za odnos apstraktivnih izraza i propozicijskih funkcija. No ako je tako, razlog zašto Russell nije “primijetio” da aksiom svedljivosti poništava učinke ramifikacije ne leži u tome što Russell ne razlikuje dovoljno jasno propozicijske funkcije i njihove simboličke izraze, već u tome što odnos između njih razumije na bitno različit način nego Quine.

4. Logika je filozofijska.

Logika je za Russella još uvijek u jakome smislu filozofijska logika. Quine cjelokupnu tipsku ontologiju *Principia* smatra “u najboljem slučaju samo grafičkom reprezentacijom ili metafizičkom racionalizacijom formalnih ograničenja” [9, str. 133] uvedenih radi izbjegavanja antinomija, no iako je takva racionalizacija možda poželjna, ona nije nužna. Prednost njegovih netipiziranih sustava NF i ML,⁸ unatoč “epistemološkoj prednosti” Russellove teorije tipova, leži u njihovoj “pogodnosti i eleganciji” [13, str. ix]. Međutim, pogodnost i elegancija nisu glavni kriteriji kojima se Russell vodio u *Principia* niti je njegova namjera ponuditi najštedljiviju formulaciju teorije skupova. Logika za Russella nije tek formalni sustav, već bi nam ona trebala nešto govoriti o naravi propozicija, pojmova i samoga mišljenja. Stoga rješenja paradoksā nekom formalnom dosjetkom i logički sustav koji bi slijedio iz toga Russell ne smatra zadovoljavajućima niti dugo godina nakon *Principia*. U *My Philosophical Development* kaže nam tako da jedan od zahtjeva koje rješenje paradoksā mora zadovoljiti da bi bilo potpuno zadovoljavajuće jest da se rješenje mora “pozivati na nešto što bi se moglo nazvati ‘logičkim zdravim razumom’” [18, str. 79]. Kaže dalje da ovaj uvjet ne smatraju bitnim oni koji su zadovoljni “logičkom spretnošću” (*logical dexterity*) i navodi upravo Quinea kao primjer [18, str. 80]. No, dodaje, iako se divi vještini Quineovih sustava, ne može ih smatrati zadovoljavajućima “jer se čine stvorenima *ad*

⁸NF i ML su dva različita Quineova sustava teorije skupova. Prvi je sustav iz 1937., izložen u “New Foundations for Mathematical Logic” [8], drugi iz *Mathematical Logic* [12], isprva formuliran 1940., no preinačen nakon otkrića da je izvorna formulacija nekonzistentna.

hoc” [18, str. 80].

Uzevši u obzir navedene značajke Russellove logike, Quineova se kritika čini neopravdanom. S druge strane, ona nam govori o razlici između Russellova i Quineova razumijevanja logike i, u mjeri u kojoj nam Quine prije no Russell djeluje duhovnim suvremenikom, baca svjetlo na dio burne konceptualne povijesti discipline u 20. stoljeću.

Literatura

- [1] Church, A. (1976), “Comparison of Russell’s Resolution of the Semantical Antinomies with that of Tarski”, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 41 (4), 747–760.
- [2] Gödel, K. (1990), “Russell’s Mathematical Logic”. In: Gödel, K. (1990), *Collected Works, Vol. II: Publications 1938-1974*, ed. S. Feferman et al., New York – Oxford: Oxford University Press, p. 119–141.
- [3] Goldfarb, W. (1989), “Russell’s Reasons for Ramification”. In: *Rereading Russell: Essays on Bertrand Russell’s Metaphysics and Epistemology*, eds. C. W. Savage and C. A. Anderson, Minneapolis: University of Minnesota Press, p. 24–40.
- [4] Linsky, B. (1990), “Was the Axiom of Reducibility a Principle of Logic?”, *Russell*, vol. 10 (2), 125–140.
- [5] Peano, G. (1973), “Supplement to ‘On the Cantor-Bernstein Theorem’”. In: *Selected Works of Giuseppe Peano*, ed. H. C. Kennedy, Toronto: University of Toronto Press, p. 206–218.
- [6] Priest, G. (1994), “The Structure of the Paradoxes of Self-Reference”, *Mind*, vol. 103 (409), 25–34.
- [7] Quine, W. V. (1936), “On the Axiom of Reducibility”, *Mind*, vol. 45 (180), 498–500.
- [8] Quine, W. V. (1937), “New Foundations for Mathematical Logic”, *The American Mathematical Monthly*, vol. 44 (2), 70–80.
- [9] Quine, W. V. (1938), “On the Theory of Types”, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 3 (4), 125–139.

- [10] Quine, W. V. (1966), *The Ways of Paradox and Other Essays*, New York: Random House.
- [11] Quine, W. V. O. (1969), *Set Theory and Its Logic* (revisited edition), Cambridge, Massachusetts – London: The Belknap Press of Harvard University Press.
- [12] Quine, W. V. O. (1981), *Mathematical Logic* (revisited edition), Cambridge, Massachusetts – London: Harvard University Press.
- [13] Quine, W. V. O. (2003), *From a Logical Point of View* (revisited edition), Cambridge, Massachusetts – London: Harvard University Press.
- [14] Ramsey, F. P. (1926), “The Foundations of Mathematics”, *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 25, 338–384.
- [15] Russell, B. (1905), “On Denoting”, *Mind*, vol. 14 (56), 479–493.
- [16] Russell, B. (1908), “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types”, *American Journal of Mathematics*, vol. 30 (3), 222–262.
- [17] Russell, B. (1919), “On Propositions: What They Are and How They Mean”, *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes*, vol. 2, 1–43.
- [18] Russell, B. (1959), *My Philosophical Development*, New York: Simon and Schuster.
- [19] Whitehead, A. N. and Russell B. (1910), *Principia Mathematica*, vol. 1, Cambridge: Cambridge University Press.
- [20] Whitehead, A. N. and Russell B. (1963), *Principia Mathematica*, vol. 1 (second edition), Cambridge: Cambridge University Press